ثانياً : الهندسة :-

(١) أسئلة الأكمل والاختيارات :-

١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعاً في .نقطة واحدة.

٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ..١.. : ..٢.. من جهة القاعدة ، ..٢.. : ..١.. من جهة الرأس

٣) متوسطات المثلث تقسم كلاً منها بنسبة ٢ : ..١.. من جهة القاعدة

٤) △ أ ب جـ فيه ء منتصف ب جـ ، م ∈ أ ء بحيث م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث فإذا كان

← أ م = ٨ سم فإن م ء = ٤ سم.

← م ء = ٥ سم فإن أ م = ..١٠..

← أ ء = ١٨ سم فإن أ م = ..١٢.. ، م ء = ١٨/٣ = ٦

٥) △ أ ب جـ فيه ء منتصف ب جـ ، م ∈ أ ء بحيث م هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث فإن أ م : م ء = ..٢.. : ..١.. ، م ء : أ ء = ..١.. : ..٣..

٦) في المثلث القائم الضلع المقابل للزاوية ٣٠° يساوي ١/٢ طول الوتر

٧) طول المتوسط الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوي ١/٢ طول الوتر

٨) إذا كان طول المتوسط المرسوم من أحد رؤوس المثلث يساوي ١/٢ طول الضلع المقابل لهذه الرأس كانت هذه الرأس .قائمة.

٩) △ أ ب جـ قائم في ب ، ق(جـ) = ٣٠° ، أ جـ = ٧ سم فإن أ ب = ..٣٫٥ سم..

١٠) في المثلث المتساوي الساقين زاويتا القاعدة متطابقتان (متساويتان في القياس)

١١) المثلث المتساوي الأضلاع قياس زاويته ..٦٠°.. والزاوية الخارجة عنه قياسها ..١٢٠°..

١٢) زاويتا القاعدة للمثلث المتساوي الساقين يجب أن تكون حادة والخارجة عنها منفرجة

١٣) إذا كانت إحدى زوايا المثلث المتساوي الساقين ٦٠° فإنه يكون متساوي الأضلاع

١٤) إذا كانت إحدى زوايا مثلث قائم ٤٥° فإنه يكون متساوي الساقين

١٥) △ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ ، ق(أ) = ٥٠° فإن ق(ب) = ..٦٥°..

١٦) منصف زاوية رأس المثلث المتساوي الساقين يكون عمودي على القاعدة وينصفها

١٧) المتوسط المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين يكون ينصف زاوية الرأس وعمودي على القاعدة

١٨) عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين ..١.. والمتساوي الأضلاع ..٣..

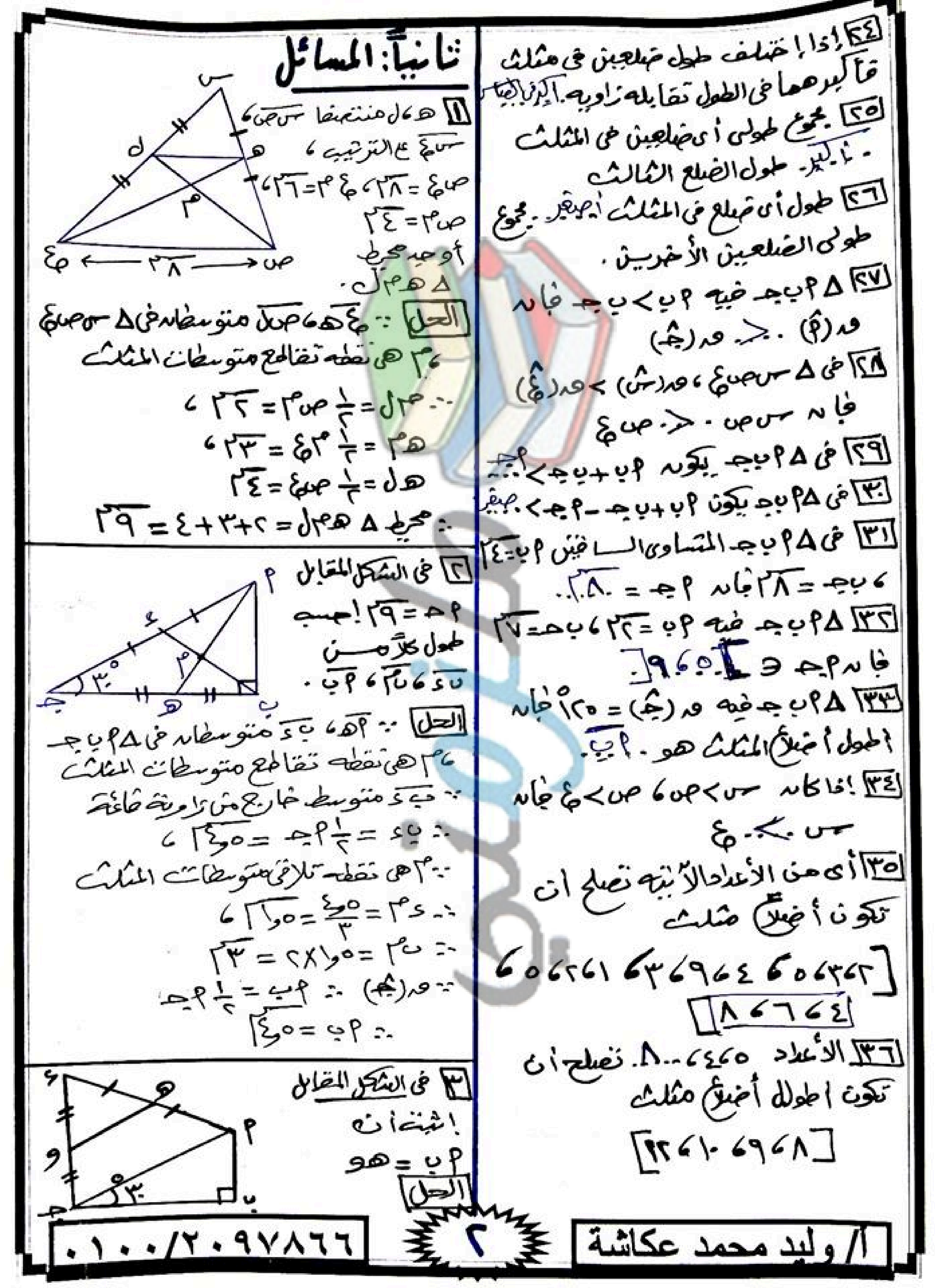
١٩) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودي عليها وينصفها

٢٠) أي نقطة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها

٢١) △ أ ب جـ فيه ق(أ) = ٥٠° ، ق(ب) = ٨٠° كان المثلث متساوي الساقين

٢٢) أطول أضلاع المثلث القائم هو الوتر.

٢٣) إذا اختلف طول ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول تقابله زاوية أكبر في القياس



٢٤ إذا اختلف طول ضلعين في مثلث فإن أكبرهما في الطول تقابله زاوية ... أكبر في القياس

٢٥ مجموع طولي أي ضلعين في المثلث ... أكبر من ... طول الضلع الثالث.

٢٦ طول أي ضلع في المثلث ... أصغر من ... مجموع طولي الضلعين الآخرين.

٢٧ △ أ ب جـ فيه أ ب > ب جـ فإن ق(∠أ) ... < ... ق(∠جـ)

٢٨ في △ س ص ع، ق(∠س) > ق(∠ع) فإن س ص ... < ... ص ع

٢٩ في △ أ ب جـ يكون أ ب + ب جـ ... > ... أ جـ

٣٠ في △ أ ب جـ يكون أ ب + ب جـ − أ جـ ... > ... صفر

٣١ في △ أ ب جـ المتساوي الساقين فيه أ ب = ٤ سم، ب جـ = ٨ سم فإن أ جـ = ...٨ سم...

٣٢ △ أ ب جـ فيه أ ب = ٢ سم، ب جـ = ٧ سم فإن أ جـ ∈]٥ ، ٩[

٣٣ △ أ ب جـ فيه ق(∠جـ) = ١٢٥° فإن أطول أضلاع المثلث هو ... أ ب.

٣٤ إذا كان س > ص، ص > ع فإن س ... > ... ع

٣٥ أي من الأعداد الآتية تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

[٢ ، ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٦ ، ٩ ، ٣ ، ١ ، ٢ ، ١ ، ٥ ، ٦ ، ٤ ، ٦ ، ٨]

٣٦ الأعداد ٥ ، ٤ ، ...٨... تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث

[٨ ، ٩ ، ١٠ ، ٢٢]

ثانياً: المسائل

١ ه، ل منتصفا $\overline{\text{س ص}}$ ، $\overline{\text{س ع}}$ على الترتيب، ص ع = ٨ سم، ع م = ٦ سم، ص م = ٤ سم

أوجد محيط △ ه م ل.

الحل: ∵ $\overline{\text{ع ه}}$ ، $\overline{\text{ص ل}}$ متوسطان في △ س ص ع

∴ م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث

∴ م ل = ½ ص م = ٢ سم ،

ه م = ½ ع م = ٣ سم ،

ه ل = ½ ص ع = ٤ سم

∴ محيط △ ه م ل = ٢ + ٣ + ٤ = ٩ سم

٢ في الشكل المقابل أ جـ = ٩ سم احسب طول كل من $\overline{\text{ب د}}$ ، $\overline{\text{د م}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$.

الحل: ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$ متوسطان في △ أ ب جـ

، م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث

∵ $\overline{\text{ب د}}$ متوسط خارج من زاوية قائمة

∴ ب د = ½ أ جـ = ٤٫٥ سم ،

∵ م هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث

∴ د م = ٤٫٥ ÷ ٣ = ١٫٥ سم ،

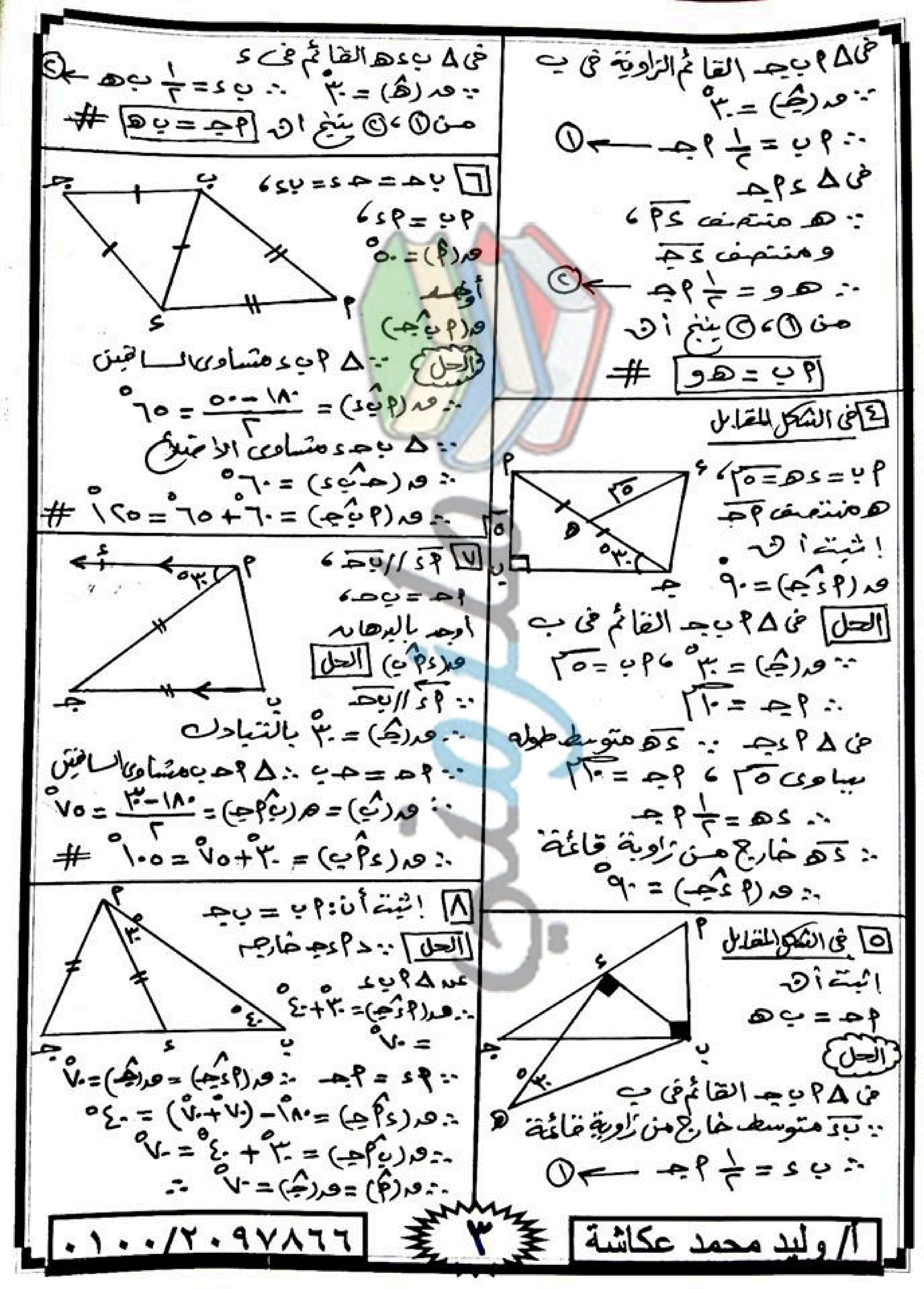
∴ ب م = ١٫٥ × ٢ = ٣ سم

∵ ق(∠جـ) = ٣٠° ∴ أ ب = ½ أ جـ

∴ أ ب = ٤٫٥ سم

٣ في الشكل المقابل أثبت أن أ ب = هـ و

الحل



في Δ أ ب جـ القائم الزاوية في ب

∵ ق(∠جـ) = ٣٠°

∴ أ ب = ½ أ جـ ← ①

في Δ ء أ جـ

∵ هـ منتصف أ ء ،

و منتصف ء جـ

∴ هـ و = ½ أ جـ ← ②

من ① ، ② ينتج أن

أ ب = هـ و #

٤ في الشكل المقابل

أ ب = ء هـ = ٥√٣ ،

هـ منتصف أ جـ

أثبت أن

ق(∠أ ء جـ) = ٩٠°

الحل في Δ أ ب جـ القائم في ب

∵ ق(∠جـ) = ٣٠° ، أ ب = ٥√٣

∴ أ جـ = ١٠√٣

في Δ أ ء جـ ∵ ء هـ متوسط طوله

يساوي ٥√٣ ، أ جـ = ١٠√٣

∴ ء هـ = ½ أ جـ

∴ ء هـ خارج من زاوية قائمة

∴ ق(∠أ ء جـ) = ٩٠°

٥ في الشكل المقابل

أثبت أن

أ جـ = ب هـ

الحل

في Δ أ ب جـ القائم في ب

∵ ب ء متوسط خارج من زاوية قائمة

∴ ب ء = ½ أ جـ ← ①

في Δ ب ء هـ القائم في ء

∵ ق(∠هـ) = ٣٠° ∴ ب ء = ½ ب هـ ← ②

من ① ، ② ينتج أن أ جـ = ب هـ #

٦ ب جـ = جـ ء = ب ء ،

أ ب = أ ء ،

ق(∠أ) = ٥٠°

أوجد

ق(∠أ ب جـ)

الحل ∵ Δ أ ب ء متساوي الساقين

∴ ق(∠أ ب ء) = (١٨٠ − ٥٠) ÷ ٢ = ٦٥°

∵ Δ ب جـ ء متساوي الأضلاع

∴ ق(∠جـ ب ء) = ٦٠°

∴ ق(∠أ ب جـ) = ٦٠° + ٦٥° = ١٢٥° #

٧ أ ء // ب جـ ،

أ جـ = ب جـ ،

أوجد بالبرهان

ق(∠ء أ ب)

الحل

∵ أ ء // ب جـ

∴ ق(∠جـ) = ٣٠° بالتبادل

∵ أ جـ = جـ ب ∴ Δ أ جـ ب متساوي الساقين

∴ ق(∠ب) = ق(∠ب أ جـ) = (١٨٠ − ٣٠) ÷ ٢ = ٧٥°

∴ ق(∠ء أ ب) = ٣٠ + ٧٥ = ١٠٥° #

٨ إثبت أن: أ ب = ب جـ

الحل ∵ ∠أ ء جـ خارجة

عن Δ أ ب ء

∴ ق(∠أ ء جـ) = ٣٠ + ٤٠

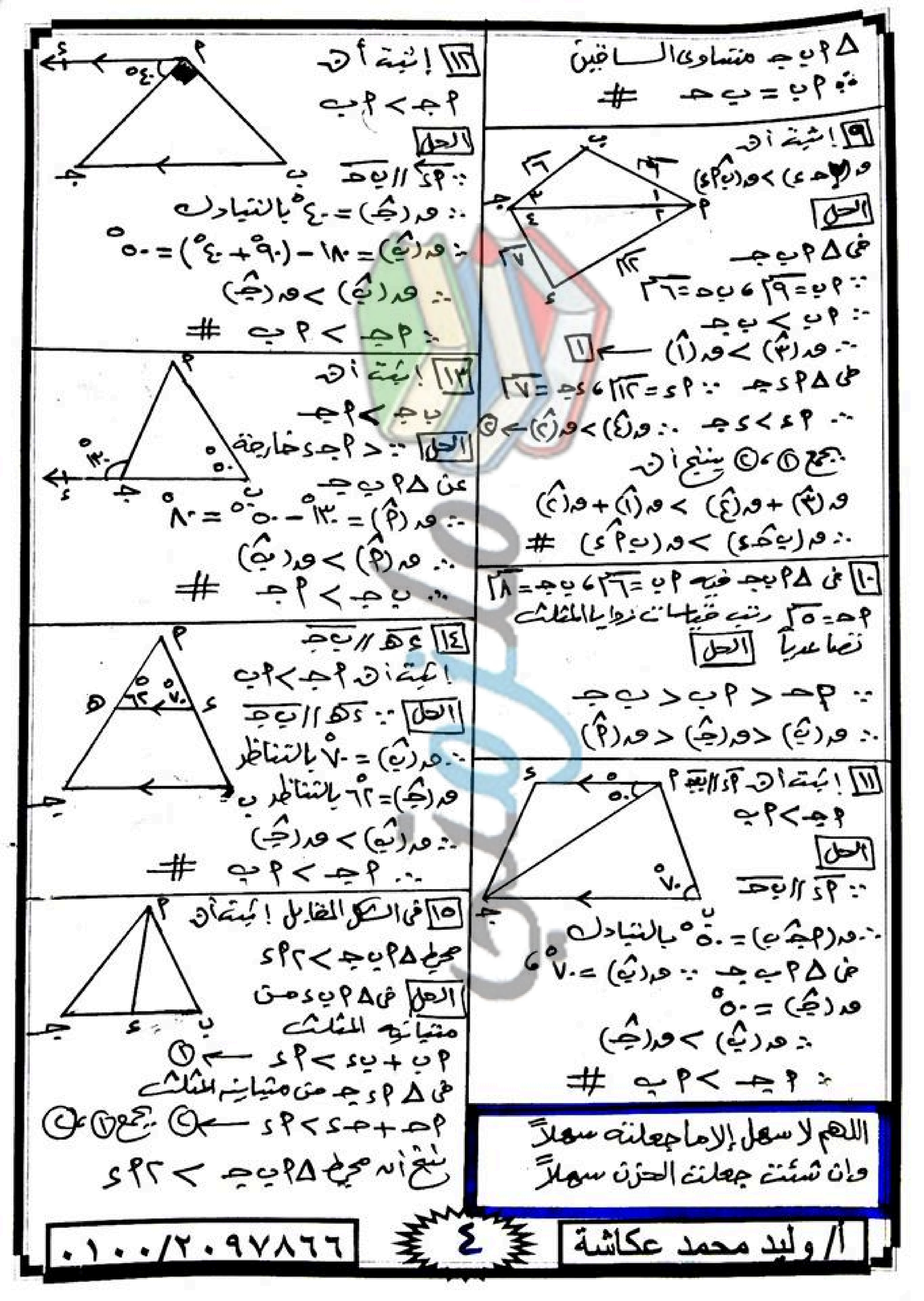
= ٧٠°

∵ أ ء = أ جـ ∴ ق(∠أ ء جـ) = ق(∠جـ) = ٧٠°

∴ ق(∠ء أ جـ) = ١٨٠ − (٧٠ + ٧٠) = ٤٠°

∴ ق(∠ب أ جـ) = ٣٠ + ٤٠ = ٧٠°

∴ ق(∠أ) = ق(∠جـ) = ٧٠° ∴



Δ أ ب جـ متساوي الساقين

∴ أ ب = ب جـ #

[9] أثبت أن

ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء)

الحل

في Δ أ ب جـ

∵ أ ب = $\sqrt[3]{9}$ ، ب جـ = $\sqrt[3]{6}$

∴ أ ب > ب جـ

∴ ق(∠٣) > ق(∠١) ← (1)

في Δ أ ء جـ ∵ أ ء = $\sqrt[3]{12}$ ، ء جـ = $\sqrt[3]{7}$

∴ أ ء > ء جـ ∴ ق(∠٤) > ق(∠٢) ← (2)

بجمع (1) ، (2) ينتج أن

ق(∠٣) + ق(∠٤) > ق(∠١) + ق(∠٢)

∴ ق(∠ب جـ ء) > ق(∠ب أ ء) #

[10] في Δ أ ب جـ فيه أ ب = $\sqrt[3]{6}$ ، ب جـ = $\sqrt[3]{8}$

أ جـ = $\sqrt[3]{5}$ سم رتب قياسات زوايا المثلث تصاعدياً

الحل

∵ أ جـ < أ ب < ب جـ

∴ ق(∠ب) < ق(∠جـ) < ق(∠أ)

[11] أثبت أن أ ء // ب جـ

أ جـ > أ ب

الحل

∵ أ ء // ب جـ

∴ ق(∠أ جـ ب) = ٥٠° بالتبادل

في Δ أ ب جـ ∵ ق(∠ب) = ٧٠° ،

ق(∠جـ) = ٥٠°

∴ ق(∠ب) > ق(∠جـ)

∴ أ جـ > أ ب #

اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلاً

وإن شئت جعلت الحزن سهلاً

[12] أثبت أن

أ جـ > أ ب

الحل

∵ أ ء // ب جـ

∴ ق(∠جـ) = ٤٠° بالتبادل

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٠°) = ٥٠°

∴ ق(∠ب) > ق(∠جـ)

∴ أ جـ > أ ب #

[13] أثبت أن

ب جـ > أ جـ

الحل ∵ ∠أ جـ ء خارجة

عن Δ أ ب جـ

∴ ق(∠أ) = ١٣٠° − ٥٠° = ٨٠°

∴ ق(∠أ) > ق(∠ب)

∴ ب جـ > أ جـ #

[14] ء هـ // ب جـ

أثبت أن أ جـ > أ ب

الحل ∵ ء هـ // ب جـ

∴ ق(∠ب) = ٧٠° بالتناظر

ق(∠جـ) = ٦٢° بالتناظر

∴ ق(∠ب) > ق(∠جـ)

∴ أ جـ > أ ب #

[15] في الشكل المقابل أثبت أن

محيط Δ أ ب جـ > ٢ أ ء

الحل في Δ أ ب ء من

متباينة المثلث

أ ب + ب ء > أ ء ← (1)

في Δ أ ء جـ من متباينة المثلث

أ جـ + جـ ء > أ ء ← (2) بجمع (1) ، (2)

ينتج أنه محيط Δ أ ب جـ > ٢ أ ء